



稀疏度自适应的宽带压缩频谱感知方法^{*}

赵知劲^{1,2}, 胡俊伟¹

(1. 杭州电子科技大学通信工程学院 杭州 310018;

2. 中国电子科技集团第36研究所通信系统信息控制技术国家级重点实验室 嘉兴 314001)

摘要:针对基于压缩感知的传统频谱感知方法通常假设稀疏度已知,而实际频谱感知中信道稀疏度是未知且时变的这一问题,提出一种稀疏度自适应的宽带频谱感知算法。首先采用分布式压缩感知和RIP性质预估计稀疏度,然后通过置信系数更新估计得到频谱支撑集,即主用户正在使用的频谱。仿真结果表明,在低信噪比条件下,本方法的检测概率高于稀疏度已知的频谱感知方法,而仅损失极少的频谱利用率,且计算复杂度低。

关键词:压缩感知;频谱感知;稀疏度估计;约束等距性;置信系数

doi: 10.3969/j.issn.1000-0801.2014.03.018

A Sparsity Adaptive Algorithm for Wideband Compressive Spectrum Sensing

Zhao Zhijin^{1,2}, Hu Junwei¹

(1. School of Telecommunication Engineering of Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China;

2. State Key Lab of Information Control Technology in Communication System of No.36 Research Institute, China Electronic Technology Corporation, Jiaxing 314001, China)

Abstract: Traditional spectrum sensing based on compressed sensing assumes that the sparsity is known, in fact, it is unknown and time-varying. To solve the problem, a sparsity adaptive algorithm for wideband spectrum sensing was proposed. First, the distributed compressed sensing and restricted isometry property principle were adopted to estimate an initial sparsity value. Then the confidence coefficient was used to update the sparsity and the spectrum support set was obtained, which was occupied by a primary user. Simulation results show that the proposed method has better spectrum detection performance than the spectrum sensing method with a known sparsity, and losses spectrum availability a little in low SNR, and its complexity is small.

Key words: compressed sensing, spectrum sensing, sparsity estimation, restricted isometry property, confidence coefficient

1 引言

认知无线电(cognitive radio, CR)^[1]允许次用户(secondary user, SU)以机会式接入或共享方式动态利用主用户(primary user, PU)空闲频段,从而提高频谱利用率,被认为是缓解

频谱短缺问题的有效方法。频谱感知是认知无线电的关键技术之一,宽带频谱感知需要对低利用率的宽带信号进行采样,以奈奎斯特率采样产生的数据量非常大,现有硬件水平很难满足数据存储和处理的要求。

压缩感知(compressed sensing, CS)^[2,3]理论允许稀疏信

^{*} 电科院预研基金资助项目(No.41101040102)

号以低于奈奎斯特速率的速率进行采样,大大减轻了硬件的处理负担。无线宽带信号在频域上具有天然的稀疏特性,因此压缩感知在宽带频谱感知领域具有广泛的应用前景。

参考文献[4]最先提出将压缩感知技术应用于宽带频谱感知,参考文献[5]在此基础上,利用模拟信息转换器(analog-to-information converter, AIC)对宽带模拟信号进行欠采样,这两种方法均需要已知稀疏度。然而在实际宽带频谱感知中,信号频谱的稀疏度通常是未知且动态变化的。参考文献[6]在信号功率谱稀疏性未知的情况下,通过压缩采样和最小二乘重构出信号频谱。参考文献[7]通过少量测量值对稀疏度进行估计,并通过估计值尽可能减少采样数目,但该方法需要通过两个阶段得到采样信息,复杂度较高。本文首先提出一种基于分布式模型的稀疏度估计方法,通过匹配测试得到原子集合;然后根据约束等距性(restricted isometry property, RIP)条件^[3],估计出信道稀疏度,并将此稀疏度作为支撑集重构的先验信息;最后根据分布式系统中误差的突发特性,引进频点置信系数,改进支撑集选取和最终判决过程。本方法提高了稀疏度未知且信噪比较低时的频谱感知性能。

2 基于分布式网络的稀疏度估计方法

在稀疏度未知的情况下,很多算法都不能对信号进行精确重构,而稀疏度自适应匹配追踪算法^[8]采用较多迭代次数才能实现精确重构,其复杂度较高。参考文献[9]以观测矩阵满足 RIP 条件为前提进行初步估计,然后通过子空间追踪(subspace pursuit, SP)算法相结合的迭代更新,估计出信号的稀疏度。此方法将稀疏度的更新放在 SP 迭代的内部,具有较高复杂度,且仅适用于 SP 算法。对此,本文提出了基于分布式模型的稀疏度估计方法。

压缩感知问题可以表示为: $y=\Phi x$ 。其中, x 是 N 维的 K 稀疏信号, y 是 M 维观测向量($M \ll N$), Φ 为 $M \times N$ 维观测矩阵,基于低维 y 可重构出 x 信号。而 RIP 条件是信号 x 重构的重要基础。

Candes E 和 Tao T 在参考文献[10]中给出了 RIP 的定义式,表示为:

$$(1-\delta_s)\|x\|^2 \leq \|\Phi x\|^2 \leq (1+\delta_s)\|x\|^2 \quad (1)$$

若式(1)成立,则表示 Φ 满足 s 阶 RIP 性质,其中, $\delta_s \in (0,1)$ 。

命题 1^[8] 设 Φ 以参数 (K, δ_K) 满足 RIP 性质,如果 $K_0 \geq K$,则:

$$\|\Phi_{I^0}^T y\|_2 \geq \|y\|_2 (1-\delta_K) / \sqrt{1+\delta_K} \quad (2)$$

其中, Φ_{I^0} 为选取的原子所构成的支撑集矩阵, A^T 为 A 的转置。反之,亦然。令:

$$f(K_0, I^0) = \|\Phi_{I^0}^T y\|_2 / \|y\|_2 \quad (3)$$

$$g = (1-\delta_K) / \sqrt{1+\delta_K} \quad (4)$$

根据参考文献[11]的 δ_K 选择理论取 δ_K 为定值。当满足 $f(K_0, I^0) > g$ 时, RIP 条件成立,此时的 K_0 即所估计的稀疏度值。基于此,本文的稀疏度估计方法如下。

本文考虑认知无线网络(CRN)中,频带带宽为 $[0, B_{\max}]$,整个频带被划分为 C 个信道,每个信道带宽均为 B ,信道彼此互不重叠,融合节点已知信道的划分,信道最大占用数 $K_{\max}$ 已知。

分布式网络中有 J 个 SU 同时进行频谱感知,且彼此相互独立,每个 SU 用户通过 AIC 技术对宽带模拟信号进行压缩采样,然后将感知信息发送给融合节点,融合节点对 J 个 SU 的数据进行融合,估计信道稀疏度 K_{est} 。

因为 J 个 SU 感知数据均是对同一个信号源的感知,它们所感知到的频谱占用情况相同,即其支撑集是相同的,因此融合节点采用基于 JSM-2 的分布式压缩感知(distributed compressive sensing, DCS)^[12, 13]。其感知模型为:

$$y_j = \Phi_j x_j = \Phi_j \Psi S_j = \Theta_j S_j, \quad j=1, 2, \dots, J \quad (5)$$

其中, x_j 为第 j 个 SU 的采样数据, y_j 为第 j 个 SU 的感知数据, S_j 为 x_j 在傅里叶域的稀疏表示, Φ_j 为各个 SU 的归一化观测矩阵, Ψ 为傅里叶基。令:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_J \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_J \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Phi_J \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, $X \in R^N, Y \in R^M, \Phi \in R^{M \times N}$,因此融合节点数据可以表示为 $Y = \Phi X = \Phi \Psi S = \Theta S$, S 为 X 在傅里叶域的稀疏表示。令:

$$h = \Theta^T Y \quad (7)$$

初始化选取支撑集 I^0 表示为:

$$I^0 = \{i: |h_i| \geq \beta \max_{1 \leq j \leq J} |h_j|\} \quad (8)$$

其中, h_i 为 h 的第 i 个分量, $\beta \in (0,1]$ 为匹配系数,且令 I^0 中元素的个数为 K_0 。当 β 取适当值时,初始化选择多个匹配度较高的原子,减少后续更新次数,使算法更加高效,一般选取 β 为 0.7~0.9。

当支撑集初始化完毕后,根据式(3)计算得到 $f(K_0, I^0)$,



若 $f(K_0, \Gamma^0) < g$ 则 $K_0 = K_0 + 1$, 反之循环结束, 估计的稀疏度 $K_{\text{est}} = K_0$ 。在实际频谱感知中, 通常假设频谱最高占用率 K_{max} 已知, 因此若 $K_{\text{est}} > K_{\text{max}}$, 则令 $K_{\text{est}} = K_{\text{max}}$ 。稀疏度估计的算法流程如图 1 所示。

3 宽支撑集的分布式压缩频谱感知

频谱感知注重的是准确、快速地检测出宽带频谱中的空洞, 以便 SU 能够及时接入空闲信道, 而无需对频谱进行精确重构, 只需恢复出频谱支撑集, 因此本文提出一种宽支撑集的分布式频谱感知方法。

因为由第 2 节的稀疏度估计方法得到的稀疏度 K_{est} 会存在误差, 因此本文扩大候选支撑集, 利用各感知节点的分集效应, 由于某一频点在多个 SU 中同时发生错误的概率极低, 因此通过置信系数更新可有效地删除由于随机误差而错选的支撑集^[14], 以提高支撑集选取的准确率, 也就是提高稀疏度估计精度。

以第 2 节估计的 K_{est} 作为已知的稀疏度先验信息, 在融合中心对第 j 个 SU 数据通过 OMP 算法迭代 $2K_{\text{est}}$ 次得到重构信号的支撑集, 记为 Loc_j , 称为宽支撑集。宽支撑集具有一定冗余信息, 利用冗余信息可增加支撑集选取成功率。

每个信道中采样 p 个频点, 总频点数为 $N = C \times p$ 。令 Q 为非零频点集合, Ω 为频点的全集, Q_c 为 Q 关于全集的补集, Δ 为置信系数更新步长, P_{th} 为系数阈值。假设第 i 个频点置信系数为 P_i , 将 P_i 初始化为定值 $P_i = P$ 。对第 j 个 SU 节点数据进行频点置信系数判决。若第 i 个频点在 Loc_j 中, 则 $P_i = P_i + \Delta$; 否则, $P_i = P_i$ 。当 $P_i \geq P_{\text{th}}$ (P_{th} 为门限值) 时, 则选中此频点并在 Q 中标记第 i 个频点。完成 J 个 SU 节点的 N 个频点置信系数判决后, 将补集 $Q_c = \Omega - Q$ 中的频点系数置零; 计算每个信道的能量, 能量最大的前 K_{est} 个非零信道即活跃信道, 若非零信道个数小于 K_{est} , 则只取非零的信道标记为活跃信道, d 表示系统判决的活跃信道集合, 非活跃信道即频谱空洞。

基于稀疏度估计的宽频谱支撑集感知算法主要步骤

如下。

输入: M 维观测向量 $y_j (j=1, 2, \dots, J)$, SU 节点数为 J , 信道最高占用数 K_{max} , 观测矩阵 $\Phi_j (j=1, 2, \dots, J)$, 更新步长 Δ , 阈值 P_{th} , θ_i^j 为 Θ_j 的第 i 列, $\Omega = \{i | 1 \leq i \leq N\}$ 。

输出: 活跃信道集合 d 。

(1) $h = \sum_{j=1}^J \Theta_j^T y_j$, $r_i^j = y_j$ ($1 \leq j \leq J$), $\Lambda_i^j = []$, $\Gamma^0 = \{i | |h_i| \geq \beta\} \cup \Gamma^0$, $K_0 = \text{size}(\Gamma^0)$ 。

(2) $f = \|\Phi_{\Gamma^0}^T Y\|_2 / \|Y\|_2$ 。

(3) 若 $f < g$, 则 $K_0 = K_0 + 1$, $\Gamma^0 = \{|h| \text{ 前 } K_0 \text{ 个最大值索引}\}$, 重复步骤 (2)。

(4) 若 $K_0 > K_{\text{max}}$, 则 $K_{\text{est}} = K_{\text{max}}$, 否则 $K_{\text{est}} = K_0$, $t_{\text{max}} = 2K_{\text{est}}$, $j = 1$, $t = 1$ 。

(5) $\lambda_i^j = \arg \max_i |< r_{t-1}, \theta_i^j >|$, $\Lambda_i^j = \Lambda_{i-1}^j \cup \{\lambda_i^j\}$, $r_i^j = y_j - \Theta_{\Lambda_i^j} \Theta_{\Lambda_i^j}^* \times y_j$, $t = t + 1$ 。

(6) 若 $t < t_{\text{max}}$, 则重复步骤 (5); 否则 $\text{Loc}_j = \Lambda_t^j$, $S_j = \Theta_{\Lambda_t^j}^* \times y_j$ 。

(7) 对每个频点 i 进行置信系数判决, 若 $i \in \text{Loc}_j$, 则 $P_i = P_i + \Delta$, $j = j + 1$ 。

(8) 若 $j < J$ 则转至步骤 (5); 否则, $Q_c = \{i | P_i > P_{\text{th}}\}$ 。

(9) $Q_c = \Omega - Q$, 对 Q_c 中所有频点的系数置零。计算所有信道能量, e_c^j 为第 j 个 SU 的第 c 个信道能量, $E_c = \sum_{j=1}^J e_c^j (1 \leq c \leq C)$, 则活跃信道为 $d = \{i | E_c \text{ 前 } K_{\text{est}} \text{ 个最大的非零值}\}$ 。

4 算法仿真与性能分析

4.1 稀疏度估计性能

本节验证本文稀疏度估计算法的效果。由式 (4) 可知, g 是关于 δ_k 的单调递减函数, 为了保证后续信道漏检概率维持在较低水平, 因此本文提出的稀疏度估计方法要求估计的稀疏度不小于实际稀疏度, 所以选取较小的 $\delta_k = 0.05$ 。取 $M=100, N=256$, 随机产生 $[1, 32]$ 内的 K 个整数表示活跃信道数, 叠加噪声为高斯白噪声。用均方根误差 (RMSE)

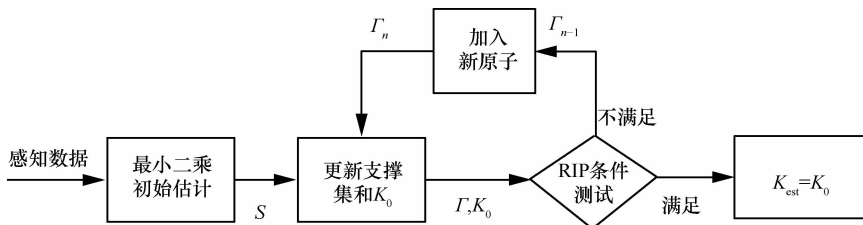


图 1 稀疏度估计流程

(如式(9)所示)分析稀疏度估计性能。其中 L 为实验次数, $K_{\text{est}}(l)$ 为第 l 次实验估计的稀疏度值, $K(l)$ 为第 l 次实验实际稀疏度值。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (K_{\text{est}}(l) - K(l))^2} \quad (9)$$

$K=3, L=50$ 时, 不同信噪比下稀疏度估计曲线如图 2 所示。由图可见, 信噪比越低, 稀疏度估计性能越差, 越容易出现过估计。当信噪比为 10 dB 时, 能以较大概率估计出稀疏度值。图 3 给出 $M=50, 80$ 和 100 时稀疏度估计的均方根误差。由图可见, 随着信噪比增大, 均方根误差逐渐降低; 当信噪比大于 3 dB 时, 随着采样点数增大, 均方根误差减小; 而当信噪比低于 3 dB 时, 因为信号本身稀疏结构破坏较严重, 导致稀疏度均方根误差值并不随着采样点数增加而降低, 但这并不影响系统的性能, 可以通过置信系数的方法消除过估计的影响。

4.2 频谱感知算法性能

在本节仿真中, 以估计的信道稀疏度作为仿真的先验

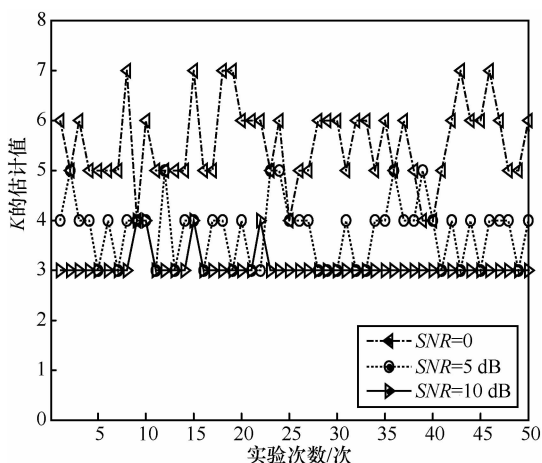


图 2 不同信噪比下 K 的估计曲线

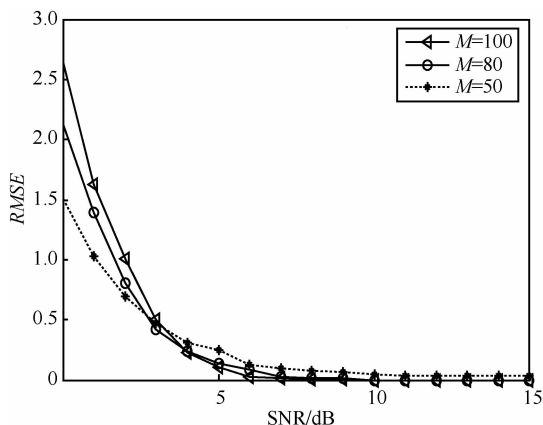


图 3 稀疏度估计的均方误差

条件; 假设频谱带宽为 0~64 MHz, 信道数目 $C=32$, 每个信道带宽为 2 MHz; 随机生成 K 个 $[1, 32]$ 的整数表示活跃信道, 记为集合 k , $k(i)$ 表示集合中的第 i 个元素 ($1 \leq i \leq K$); 假设每个信道主用户具有相同功率 $W=1$, 叠加的噪声为高斯白噪声; 选取 $K=3, J=5, K_{\text{max}}=6, p=8$ 。在不同信噪比下进行 $T=10\ 000$ 次蒙特卡洛仿真。本文采用如式(10)和式(11)所示的检测概率 P_d 和虚警概率 P_f 分析频谱感知算法性能。

$$P_d = (\sum_{t=1}^T \text{Num}(k(i) \in d | k(i) \in k)) / \sum_{t=1}^T K(t) \quad (10)$$

$$P_f = (\sum_{t=1}^T \text{Num}(k_c(i) \in d | k_c(i) \in k_c)) / (32T - \sum_{t=1}^T K(t)) \quad (11)$$

其中, k_c 表示非活跃信道。 $\text{Num}(k(i) \in d | k(i) \in k)$ 表示活跃信道集合 k 与估计的活跃信道 d 中相同元素的个数; $\text{Num}(k_c(i) \in d | k_c(i) \in k_c)$ 表示活跃信道集合的补集 k_c 与估计的 d 中相同元素的个数。

本节分析比较 4 种算法的性能, 方法 1 是本文提出的稀疏度自适应的宽频谱支撑集频谱感知算法, 方法 2 是稀疏度自适应的同步正交匹配追踪算法, 方法 3 为稀疏度已知的同步正交匹配追踪算法^[13], 方法 4 是稀疏度已知的宽支撑集算法。图 4 和图 5 给出了不同信噪比下, M 取不同值时 4 种算法的频谱检测概率和虚警概率。由图可知, M 相同时, 本文算法性能最优。当 $M=100$, 信噪比大于 0 时, 本文算法的检测概率达到 100%; 信噪比为 -5~-1 dB 时, 本文方法的检测概率比方法 2 和方法 4 高 0.1, 比方法 3 高 0.2; 当 $M=50$ 时, 信噪比大于 10 dB 时, 本文算法的检测概率达到 100%; 信噪比为 -1~6 dB 时, 本文方法的检测概率

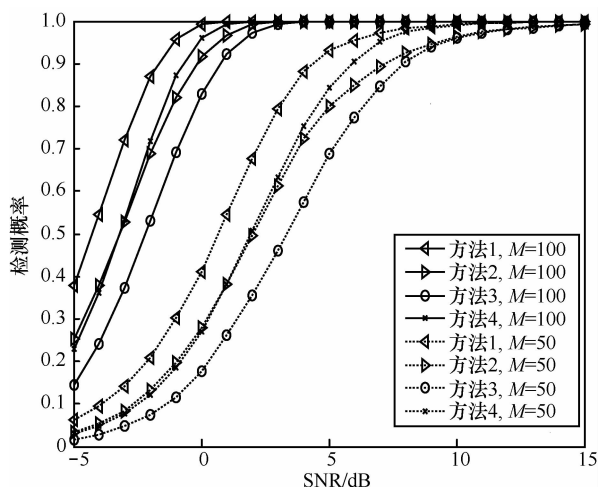


图 4 不同信噪比下信道检测概率

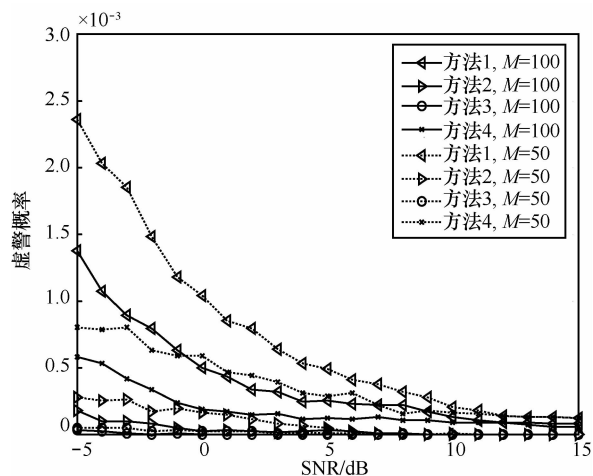


图5 不同信噪比下信道虚警概率

比方法2和方法4高0.1,比方法3高0.2。同时由图5可见,随着信噪比的提高,4种方法的虚警概率都降低;本文方法的虚警概率比其他3种方法大,但仅增大 10^{-3} 量级。在实际频谱感知中,首先要保证主用户可靠通信。活跃信道的检测概率高可以保证主用户通信,虚警概率增大不影响主用户通信,而仅降低空闲信道被SU利用率,因此适度地增大虚警概率是可以接受的。

5 结束语

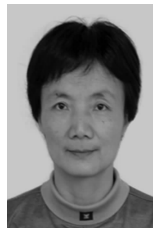
针对实际系统中信道稀疏度是未知且时变的特点,本文提出了稀疏度自适应的频谱感知方法。该方法首先基于分布式网络估计稀疏度初值,然后通过置信系数迭代更新稀疏度,估计得到的稀疏度即为频谱支撑集,也就实现了频谱感知。仿真结果表明,在低信噪比条件下本方法的频谱感知性能优于已知稀疏度的频谱感知方法,本算法是一种实用的宽带频谱感知算法。

参考文献

- 1 Mitola J. Cognitive radio: an integrated agent architecture for software defined radio. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2000
- 2 Donoho D L. Compressed sensing. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289~1306
- 3 Candes E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489~509
- 4 Zhi T, Giannakis G B. Compressed sensing for wideband cognitive radios. Proceedings of IEEE International Conference on Speech and Signal Processing, Honolulu, HI, USA, 2007: 1357~1360

- 5 Polo Y L, Ying W, Pandharipande A, *et al.* Compressive wide-band spectrum sensing. Proceedings of IEEE International Conference on Speech and Signal Processing, Taipei, China, 2009: 1655~1667
- 6 Leus G, Ariyaratne D D. Power spectrum blind sampling. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(8): 443~446
- 7 Wang Y, Tian Z, Feng C Y. Sparsity order estimation and its application in compressive spectrum sensing for cognitive radios. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(6): 2116~2125
- 8 杨成, 冯巍, 冯辉等. 一种压缩采样中的稀疏度自适应子空间追踪算法. 电子学报, 2010, 38(4): 1914~1917
- 9 Candes E J, Tao T. Decoding by linear programming. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(12): 4203~4215
- 10 Candes E J, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8): 1207~1223
- 11 Lu Y, Guo W B, Wang X, *et al.* Probabilistic greedy pursuit for streaming compressed spectrum sensing. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2011, 18(5): 15~21
- 12 Baron D, Wakin M B, Duarte M. Distributed Compressive Sensing. Technical Report, Rice University, 2006
- 13 Tropp J A, Gilbert A C, Strauss M J. Simultaneous sparse approximation via greedy pursuit. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Philadelphia, 2005: 721~724
- 14 Do T T, Lu G, Nguyen N, *et al.* Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing. Proceedings of Asilomar Conference on Signals, System, and Computers, Pacific Grove, California, 2008: 581~587

[作者简介]



赵知劲, 女, 博士, 杭州电子科技大学教授、博士生导师, 杭州电子科技大学通信工程学院党委书记, 主要研究方向为认知无线电、通信信号处理、自适应信号处理等。



胡俊伟, 男, 杭州电子科技大学硕士生, 主要研究方向为压缩感知在通信系统中的应用。

(收稿日期: 2013-08-12)